

پاسخ سؤالهای ریاضی

۶۱- (نگاه به گذشته: مهتابی مهادی)

دو مجموعه «الف» و «ب» را حساب می‌کنیم:

$$\text{الف) } (A \cup B) \cap C = \{-2, 0, 1, 2, 5, 6\} \cap \{-1, 0, 3, 4, 5\} = \{0, 5\}$$

$$\text{ب) } (B \cap C) \cup A = \{0, 5\} \cup \{0, 1, 2, 5\} = \{0, 1, 2, 5\}$$

برای این که دو مجموعه $\{0, 5\}$ و $\{0, 1, 2, 5\}$ برابر شوند، باید عضوهای $\{1, 2\}$ از مجموعه «ب» حذف شود.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۴ تا ۲)

۶۲- (ندا صالح‌پور)

بررسی موارد نادرست:

$\emptyset \in A$ غلط است. (توجه کنید که $\emptyset \subseteq A$ درست است).

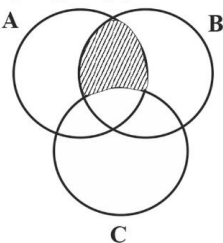
$\{\{\}\} \in A$ غلط است. (توجه کنید که $\{\{\}\} \subseteq A$ درست است،

چون $\{\}$ عضوی از A و در نتیجه $\{\{\}\}$ زیرمجموعه A است.)

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۰ تا ۶)

۶۳- (مهتابی مهادی)

از نمودار ون کمک می‌گیریم و در ابتدا $(A \cap B) - C$ را رنگ می‌کنیم:



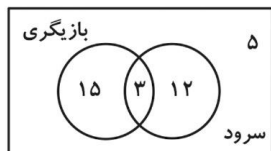
همان‌طور که مشاهده می‌شود، $(A \cap B) - C$ زیرمجموعه $(A \cup B)$ است، پس حاصل عبارت زیر تهی می‌شود:

$$[(A \cap B) - C] - [(A \cup B)] = \emptyset$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۶۴- (امیرمسین مسامی)

راه حل اول: با توجه به نمودار ون، ابتدا اشتراک دو مجموعه را نوشته و اعضای مجموعه‌ها را محاسبه می‌کنیم.



$$35 - (15 + 3 + 12) = 5$$

راه حل دوم: اگر مجموعه افرادی را که برای بازیگری شرکت می‌کنند A و مجموعه افرادی را که برای سرود شرکت می‌کنند B نامیم، داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 18 + 15 - 3 = 30$$

$$\Rightarrow 35 - 30 = 5$$

بنابراین ۵ نفر در هیچ کدام از رشته‌ها قبول نشده‌اند.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

پاسخ نامه سوالات ریاضی

آزمون قلمچی پایه نهم

6 آبان 1401



@bombriazi.ir



-۶۵

(زینب نادری)

می‌دانیم $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ یعنی $A = B$ است و هر عضو مجموعه A ، عضوی از مجموعه B است و برعکس.

$$3 = 2 + y \Rightarrow y = 1 \quad (1)$$

$$2x = 4 \Rightarrow x = 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} x + y = 2 + 1 = 3$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

بمب ریاضی
www.bombriazi.com

-۶۶

(ندا صالح‌پور)

$$A = \{3, 6, 9, 12, \dots, 48\} \Rightarrow n(A) = \frac{48}{3} = 16$$

$$B = \{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 10\}$$

$$= \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21\} \Rightarrow n(B) = 10$$

$$A \cap B = \{3, 9, 15, 21\} \Rightarrow n(A \cap B) = 4$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 16 - 4 = 12$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

-۶۷

(مجتبی مجاهدی)

تعداد مهره‌های سبز را با x نشان می‌دهیم. پس:

$$\text{احتمال سبز بودن} = \frac{x}{4 + 2 + x} = \frac{40}{100} \Rightarrow \frac{x}{6 + x} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{x}{6 + x} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5x = 2(6 + x)$$

$$\Rightarrow 5x = 12 + 2x \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

-۶۸

(امیرمسین مسامی)

می‌دانیم تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر است با

$$2^n \text{ پس:}$$

$$2^{n+3} = 2^n + 224$$

$$\Rightarrow 2^{n+3} - 2^n = 224 \Rightarrow 2^n \times 2^3 - 2^n = 224$$

$$\Rightarrow 2^n (2^3 - 1) = 224 \Rightarrow 7 \times 2^n = 224 \Rightarrow 2^n = \frac{224}{7} = 32$$

$$2^n = 32 = 2^5 \Rightarrow n = 5, \quad n + 3 = 8$$

بنابراین مجموعه اول ۵ عضو و مجموعه جدید ۸ عضو دارد. از آن‌جا که

مجموعه اول زیرمجموعه مجموعه جدید خواهد بود، پس اجتماع آن با

مجموعه جدید ۸ عضو خواهد داشت.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

-۶۹

(ندا صالح‌پور)

در پرتاب همزمان دو تاس سالم داریم:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\} \Rightarrow n(A) = 5$$

$$B = \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 5)\} \\ \Rightarrow n(B) = 9$$

در $A \cup B$ عضوهای مشترک یک‌بار نوشته می‌شود و چون دو عضو مشترک

دارند $((5, 3), (3, 5))$ پس $n(A \cup B) = 12$ و بنابراین:

$$P(A \cup B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

(زینب نادری)

-۷۰

در پرتاب یک تاس سالم و سه سکه داریم:

$$n(S) = 6 \times 2 \times 2 \times 2 = 48 \text{ : تعداد کل حالات}$$

$$A = \{(1, \text{پ}, \text{پ}, 1), (1, \text{پ}, \text{پ}, 2), (1, \text{پ}, \text{پ}, 3), (1, \text{پ}, \text{پ}, 4), (1, \text{پ}, \text{پ}, 5), (1, \text{پ}, \text{پ}, 6), (2, \text{پ}, \text{پ}, 1), (2, \text{پ}, \text{پ}, 2), (2, \text{پ}, \text{پ}, 3), (2, \text{پ}, \text{پ}, 4), (2, \text{پ}, \text{پ}, 5), (2, \text{پ}, \text{پ}, 6), (3, \text{پ}, \text{پ}, 1), (3, \text{پ}, \text{پ}, 2), (3, \text{پ}, \text{پ}, 3), (3, \text{پ}, \text{پ}, 4), (3, \text{پ}, \text{پ}, 5), (3, \text{پ}, \text{پ}, 6), (4, \text{پ}, \text{پ}, 1), (4, \text{پ}, \text{پ}, 2), (4, \text{پ}, \text{پ}, 3), (4, \text{پ}, \text{پ}, 4), (4, \text{پ}, \text{پ}, 5), (4, \text{پ}, \text{پ}, 6), (5, \text{پ}, \text{پ}, 1), (5, \text{پ}, \text{پ}, 2), (5, \text{پ}, \text{پ}, 3), (5, \text{پ}, \text{پ}, 4), (5, \text{پ}, \text{پ}, 5), (5, \text{پ}, \text{پ}, 6), (6, \text{پ}, \text{پ}, 1), (6, \text{پ}, \text{پ}, 2), (6, \text{پ}, \text{پ}, 3), (6, \text{پ}, \text{پ}, 4), (6, \text{پ}, \text{پ}, 5), (6, \text{پ}, \text{پ}, 6)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 7$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{48}$$

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

(کتاب آبی)

-۷۱

از تساوی داده شده، ابتدا $2a - b$ را به دست می‌آوریم:

$$2a - 3 = b \Rightarrow 2a - b = 3 \Rightarrow 2^{2a-b} = 2^3 = 8$$

بنابراین مجموعه A با مجموعه $\{8\}$ برابر است.

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

(کتاب آبی)

-۷۲

گزینه‌های «۱» و «۳» مجموعه تهی را مشخص می‌کنند، چون همه

اعداد مرکب، اعدادی طبیعی هستند و نمی‌توانند منفی باشند.

تنها عدد اول زوج عدد ۲ است که تک رقمی است. (رد گزینه «۲»).

(مجموعه‌ها، صفحه‌های ۶ تا ۵)



-۷۳

(کتاب آبی)

با توجه به این که مجموعه مرجع مربوط به X تعریف نشده است، بنابراین X می تواند هر نوع عددی کوچکتر از ۹ و مخالف صفر (رادیکالی، کسری، اعشاری و ...) باشد. پس بی شمار عدد می توان به جای X جای گذاری کرد به گونه ای باشد که $\frac{x+1}{x} \in \mathbb{Z}$. برای مثال:

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2}} = 3$$

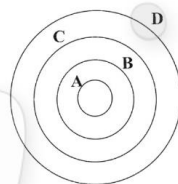
$$x = 0 \Rightarrow \frac{0 + 1}{0} = \frac{1}{0}$$

(مجموعه ها، صفحه های ۴ تا ۱۰)

-۷۴

(کتاب سه سطحی)

با توجه به شروط بیان شده، داریم:



$$A \subset B \subset C \subset D \Rightarrow \begin{cases} A \cup B \cap D = B \\ A \cup C = C \end{cases}$$

$$\Rightarrow (A \cup B \cap D) \cap (A \cup C) \cap D = B \cap C \cap D = B$$

(مجموعه ها، صفحه های ۱۱ تا ۱۴)

-۷۵

(کتاب سه سطحی)

ابتدا مجموعه های A_7 ، A_6 و A_4 را مشخص می کنیم:

$$\begin{cases} A_7 = \{2, 3, 4\} \\ A_6 = \{4, 5, 6\} \\ A_4 = \{6, 7, 8\} \end{cases} \Rightarrow A_7 \cup A_6 \cup A_4 = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

این مجموعه ۷ عضو دارد.

(مجموعه ها، صفحه های ۱۱ تا ۱۴)

-۷۶

(کتاب سه سطحی)

چون روز اول سال، روز سه شنبه بوده است، به راحتی می توان با تقسیم تعداد روزهای سال بر روزهای هفته تعداد جمعه ها را پیدا کرد، زیرا از هر ۷ روز، یک روز جمعه خواهد بود: (در سال، ۵۲ هفته و بنابراین ۵۲ جمعه داریم).

$$\frac{365}{7} = 52 \frac{1}{7} \Rightarrow \text{احتمال تولد در روز جمعه} = \frac{52}{365}$$

(مجموعه ها، صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

-۷۷

ابتدا

$$A = \{1, 2, 5, 7, 9\}, B = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow (A - B) = \{1, 9\}$$

تعداد زیرمجموعه ها: $2^2 = 4$

(مجموعه ها، صفحه های ۱۱ تا ۱۴)

-۷۸

(کتاب آبی)

باید مجموع دو عدد رو شده ۴ یا ۸ یا ۱۲ باشد.

$$A = \{(1, 3), (3, 1), (2, 2), (2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4), (6, 6)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 9$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

(مجموعه ها، صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

-۷۹

(کتاب آبی)

اگر مجموعه های A و B را با عضوهایشان مشخص کنیم، خواهیم داشت:

$$A = \{1, 4, 9, 16\}$$

$$B = \{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$$

بنابراین حاصل $A \cap B$ برابر با $\{4, 16\}$ خواهد بود که دارای ۲ عضو است.

(مجموعه ها، صفحه های ۱۱ تا ۱۴)

-۸۰

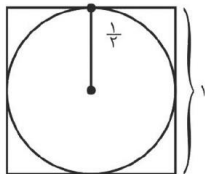
(کتاب سه سطحی)

باید از مساحتها استفاده کنیم. دایره و مربع مورد نظر به شکل زیر هستند:

$$1 \times 1 = 1 \text{ m}^2: \text{مساحت مربع}$$

$$\text{مساحت دایره}: \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4} \text{ m}^2$$

$$1 - \frac{\pi}{4} = \text{مساحت دایره} - \text{مساحت مربع}$$



$$\frac{1 - \frac{\pi}{4}}{1} = 1 - \frac{\pi}{4}$$

(مجموعه ها، صفحه های ۱۵ تا ۱۷)