



یاد آوری اعداد صحیح (از سال گذشته)

عددهای صحیح شامل عددهای صحیح مثبت، صفر و عددهای صحیح منفی می شوند.

اعداد صحیح از سه دسته اعداد تشکیل شده اند (اعداد مثبت و عدد صفر و اعداد منفی)

نکته ۱: مجموعه اعداد صحیح را با حرف انگلیسی Z نشان می دهند:

$$Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

نکته ۲: عددی (غیر از صفر) علامت نداشته باشد علامت آن مثبت است:

$$+7 = 7$$

نکته ۳: در محور اعداد صحیح هر چه به سمت راست (مثبت ها) حرکت کنیم عدد بزرگتر و هر چه به سمت چپ (منفی ها)

حرکت کنیم عدد کوچکتر می شود.

$$9 > 0 \quad 9 = -(-9) \quad 0 > -8 \quad -12 > -18 \quad -6 < 4$$



نکته ۴: قرینه ی هر عدد منفی عددی مثبت و قرینه ی هر عدد مثبت عددی منفی است. قرینه ی صفر هم خود صفر است.

برای نمایش قرینه ی هر عدد از نماد (-) در سمت چپ آن عدد استفاده میکنیم.



جمع و تفریق اعداد صحیح :

دو عدد را با علامتشان بدون پرانتز کنار هم می نویسیم. اگر دو عدد هم علامت باشند دو عدد را جمع و اگر مختلف علامت باشند دو عدد را کم می کنیم (عدد کوچک را از عدد بزرگ کم می کنیم) و برای جواب علامت عدد بزرگتر را قرار می دهیم.

$$(+8) + (+6) = +8 + 6 = +14$$

هم علامت

$$(-27) - (-11) = -27 + 11 = -16$$

علامت ها متفاوت



ضرب و تقسیم اعداد صحیح :

در ضرب و تقسیم اعداد صحیح ابتدا ضرب علامت ها را انجام می دهیم سپس با توجه به علامت بین آن ها دو عدد را ضرب یا تقسیم می کنیم.

منفی = مثبت × منفی

مثبت = منفی × منفی

منفی = منفی × مثبت

مثبت = مثبت × مثبت

$$(-18) \times (-8) = +144$$

حاصل علامت ها

$$(+24) \div (+8) = +3$$

حاصل علامت ها

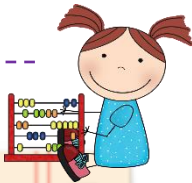
$$(-12) \times (+4) = -48$$

حاصل علامت ها

ترتیب انجام عملیات بر روی اعداد صحیح

(۱) داخل پرانتز یا گروه (۲) توان یا رادیکال (۳) تقسیم یا ضرب (از چپ به راست) (۴) جمع یا تفریق





حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$-14 + (12) =$$

$$-(-13) + (-8 + 25) =$$

$$-4 - 8 =$$

$$-8 + 3 \times 5 = -8 + 15 = +7 \quad \checkmark$$

$$-14 \div 4 \times 3 - 4 =$$

$$-5 \div 5 + 12 \times (5 - 3) =$$

$$-18 - (-4) - (-19) =$$

$$-24 - 97 + 100 - 23 =$$

جمع اعداد متوالی (پشت سر هم):



اعداد را دوبار جمع می زنیم. یک بار از کوچک به بزرگ (صعودی) و بار دیگر از بزرگ به کوچک (نزولی) تا الگویی کشف شود. این روش را آقای گاوس در کودکی کشف نموده است.

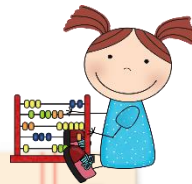
مثال: مجموع اعداد طبیعی ۱ تا ۵۰ را به دست آورید:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 + 50$$

$$50 + 49 + 48 + \dots + 3 + 2 + 1$$

$$51 + 51 + 51 + \dots + 51 + 51 + 51 \quad \longrightarrow \quad 50 \times 51 = 2550$$

$$\text{چون دوبار جمع زدیم پس تقسیم بر ۲ می کنیم} \quad \longrightarrow \quad 2550 \div 2 = 1275$$



مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۰۰ را به دست آورید.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$



$$-2 + 4 - 6 + 8 - 10 + 12 - 14 + 16$$

حاصل عبارت روبرو را بدست آورید:



اعداد گویا :

هر عددی که به کسر تبدیل شود عدد گویا نام دارد. (صورت و مخرج عدد صحیح و مخرج مخالف صفر باشد)

کسر متعارفی : هر کسری که صورت و مخرج آن یک عدد صحیح باشد و مخرج آن صفر نباشد.

نکته : اعداد گویا را با حرف انگلیسی Q نمایش می دهند

نکته : همه اعداد صحیح را می توان بصورت (بینهایت) کسر نمایش داد :

$$5 = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3}$$

$$10 = \frac{10}{1} = \frac{20}{2} = \frac{30}{3}$$

نکته : صورت و مخرج هر کسر را می توان در هر عدد دلخواه (برابر) ضرب (تقسیم) کرد

برای مثال برای کسر $\frac{2}{3}$ می توان بینهایت کسر مساوی نوشت :

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{2 \times a}{3 \times a}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15} = \frac{14}{21} = \frac{2a}{3a}$$

a هر عدد دلخواه می باشد



مقایسه کسر ها :

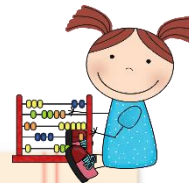


برای مقایسه کسر ها ، ابتدا باید مخرج ها برابر شوند (با استفاده از ضرب مخرج ها در هم یا ک.م.م) و آن کسری بزرگ تر است که مقدار صورت (با مخرج های برابر) بیشتر باشد.

برای مثال دو کسر مقابل را مقایسه کنید و علامت <=> بگذارید (ابتدا مخرج ها را برابر می کنیم)

$$\frac{5}{9} \square \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \times 4}{9 \times 4} = \frac{20}{36} \quad \text{و} \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{27}{36} \quad \rightarrow \quad \frac{5}{9} = \frac{20}{36} \square \frac{3}{4} = \frac{27}{36}$$



برای کسر های زیر 3 کسر برابر بنویسید.

$$\frac{7}{4} =$$

$$-\frac{4}{10} =$$

کسر های زیر را باهم مقایسه کنید.

$$\frac{12}{15} \square \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{9} \square \frac{1}{3}$$

$$3\frac{2}{3} \square 2\frac{5}{3}$$



جمع و تفریق اعداد گویا :

اگر مخرج کسرها مساوی باشند، یکی از مخرج ها را نوشته و حاصل صورت ها را طبق علامت ها کم یا زیاد می کنیم و اگر مخرج ها مساوی نباشند ابتدا باید مخرج مشترک (ک.م.م) گرفته و سپس حاصل را به دست می آوریم.

$$-\frac{5}{3} + \frac{4}{7} = -\frac{5 \times 7}{3 \times 7} + \frac{4 \times 3}{7 \times 3} = -\frac{35}{21} + \frac{12}{21} = -\frac{23}{21}$$



ضرب اعداد گویا:

ابتدا علامت ها را در هم ضرب کرده سپس صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب می شود .

نکته: اعداد مخلوط را به کسر تبدیل می کنیم و قبل از ضرب چنانچه ساده شوند، ساده می کنیم .

$$-\frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = -\frac{5 \times 4}{3 \times 7} = -\frac{20}{21}$$



تقسیم اعداد گویا:



در تقسیم اعداد گویا، عدد اول خودش، علامت تقسیم را به ضرب و عدد دوم معکوس می شود و ادامه عملیات مانند ضرب است:

$$-\frac{5}{3} \div \frac{4}{7} = -\frac{5}{3} \times \frac{7}{4} = -\frac{35}{12}$$

نکته: گاهی اوقات در اعداد گویا بجای عبارت تقسیم ($\div$) از خط کسری (—) استفاده می شود

$$\frac{5}{20} \div \frac{3}{10} = \frac{5}{20} \times \frac{10}{3} = \frac{5 \times 10}{20 \times 3} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6}$$

روش دور در دور و نزدیک در نزدیک:

در تقسیم دو کسر، اعداد دور را در هم ضرب و در صورت می نویسیم و اعداد نزدیک را نیز در هم ضرب و در مخرج می نویسیم

$$\frac{5}{20} \div \frac{3}{10} = \frac{5 \times 10}{20 \times 3} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6}$$

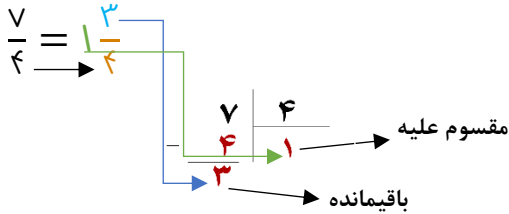
$$\frac{25}{39} \div \frac{5}{9} = \frac{25 \times 9}{39 \times 5} = \frac{225}{195} = \frac{15}{13}$$



کسر مخلوط:

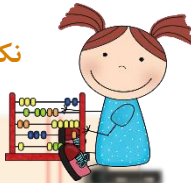


هرگاه مقدار صورت از مقدار مخرج بزرگتر شود ، آن کسر را می توان بصورت مخلوط نوشت



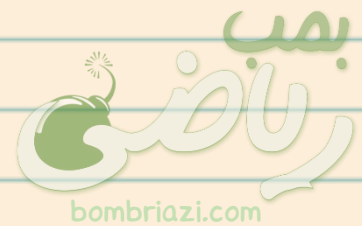
برای این کار صورت را بر مخرج تقسیم می کنیم
مقسوم علیه می شود عدد صحیح (کامل)
و باقیمانده عدد صورت کسر
مخرج کسر هم ثابت است

نکته: برای اعداد کوچک می توان به صورت ذهنی نیز حساب کرد.



حاصل کسره های زیر را بدست آورید.

$$\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{7}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) =$$



$$\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{7}{15}\right) \div \left(-\frac{5}{3} - \frac{7}{5}\right) =$$

$$\left(\frac{3}{8} + \frac{2}{9} - \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{7}{24}\right) =$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{5}{9} \times \frac{5}{2}\right) =$$

$$\left(4\frac{3}{5} + \frac{2}{10}\right) \div \left(-3\frac{1}{3} \times \left(-2\frac{12}{15}\right)\right) =$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{5}{9} \times \frac{5}{2}\right) =$$





نکات کاربردی اعداد گویا:

۱. مخرج همه اعداد صحیح ۱ می باشد. بنابراین مخرج عدد ۱ را نمی نویسیم.

$$5 = \frac{5}{1} \quad -7 = -\frac{7}{1}$$

۲. معکوس عدد گویا، یعنی جابجایی صورت و مخرج آن

$$\frac{5}{7} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{7}{5}$$

۳. قرینه یک عدد، یعنی جابجایی علامت آن (مثبت میشه منفی و منفی میشه مثبت)

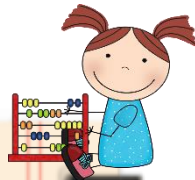
۴. تنها عددی که برابر معکوس خودش هست، عدد ۱ می باشد.

۵. صفر معکوس ندارد و هیچ کسری با مخرج صفر نداریم.

۶. نصف عدد یعنی ضرب عدد در $\frac{1}{2}$ ثلث عدد یعنی ضرب عدد در $\frac{1}{3}$ خمس عدد یعنی ضرب عدد در $\frac{1}{5}$

۷. ربع عدد یعنی ضرب عدد در $\frac{1}{4}$

۸. بین هر دو عدد گویا بینهایت عدد گویا می توان نوشت:



بین کسر های $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{3}$ چند کسر دیگر بنویسید .

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

برای اینکار، ابتدا مخرج دو کسر را برابر می کنیم. یعنی :

حالا بین دو کسر جدید، کسر های دیگر می نویسیم : (به طوریکه مابین دو کسر قرار بگیرد.)

$$\frac{4}{12} < \frac{5}{12} < \frac{6}{12} < \frac{7}{12} < \frac{8}{12} < \frac{9}{12}$$

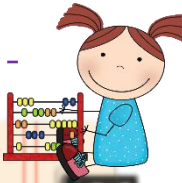
نکته مهم : برای نوشتن تعداد بیشتر کسر می توانیم مخرج اعداد رو بزرگتر کنیم. یعنی

$$\frac{4}{12} = \frac{8}{24} \quad \frac{9}{12} = \frac{18}{24}$$

$$\frac{8}{24} < \frac{9}{24} < \frac{10}{24} < \frac{11}{24} < \frac{12}{24} < \frac{13}{24} < \frac{14}{24} < \frac{15}{24} < \frac{16}{24} < \frac{17}{24} < \frac{18}{24}$$

نکته مهم در این هست که کسر های $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{3}$ با کسر های جدید برابر و یکسان است. یعنی:

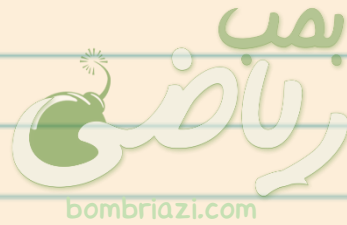
$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} \quad \frac{1}{3} = \frac{4}{12} = \frac{8}{24}$$



بین اعداد گویای زیر ۳ عدد گویای دیگر بنویسید .

$$\frac{4}{5} \text{ و } \frac{9}{10}$$

$$\frac{1}{3} \text{ و } \frac{1}{2}$$



مانند مثال اعداد اعشاری را بصورت کسر بنویسید و حاصل عبارات زیر را حساب کرد.

$$۱/۲ = \frac{۱۲}{۱۰}$$

$$۰/۲۵ = \frac{۲۵}{۱۰۰}$$

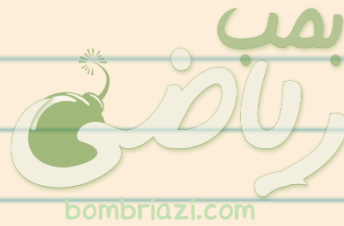
$$۱/۰۵ = \frac{۱۰۵}{۱۰۰}$$

$$۰/۰۷ = \frac{۷}{۱۰۰}$$

$$۰/۲۵ - \frac{۱۵}{۲۰} =$$

$$-۱/۲ - \frac{۱۵}{۲۰} =$$

$$-۲/۳ \div \left(\frac{۳}{۱۰} - \frac{۳}{۴} \right) =$$



نکته کلیدی در مخرج مشترک اعداد گویا



برای مخرج مشترک گرفتن از ک . م . م استفاده کنید و برای اعداد کوچک می توان بصورت ذهنی مخرج مشترک مناسب پیدا کرد.

به این منظور از مضارب مخرج بزرگتر شروع می کنیم ، تا عددی را پیدا کنیم که بر مخرج کسر های بعدی نیز بخش پذیر باشد.

مثلا برای کسر $\frac{۲}{۴}$ و $\frac{۷}{۱۵}$ ابتدا مضارب ۱۵ را می نویسیم و هر کدام که بر عدد ۴ بخش پذیر بود به عنوان مخرج مشترک استفاده می کنیم.

(عدد ۴ بر ۱۵ بخش پذیر است) ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۷۵، مضارب

مخرج مشترک دو عدد $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۳}{۸}$ را بدست آورید :

(عدد ۲۴ بر ۸ و ۳ بخش پذیر است) ۸، ۱۶، ۲۴، ۳۲، ۴۰، مضارب

بمب ریاضی

جذاب و آسان یاد بگیر

مدرس: استاد عباس صالحی

